



Colegio Tecnológico Pulmahue
Coordinación Académica

PLAN DE TRABAJO DE 3° MEDIO. Límites, Derivadas e Integrales. Guía N° 12. 04/09/2020.

Estimados estudiantes junto con saludar, y esperando cuiden su salud en estos momentos que vive el país, envío estas guías, en la que se explica el contenido, ejercicios resueltos y propuestos.

Esperando apoyar sus prácticas diarias.

Se despide cordialmente.

Nombre del alumno: _____

Profesora: *Jenny Matos Reyes.*

Profe de Matemática.

Fecha de entrega de la guía N° 12. Viernes 11/09/2020.

Objetivo de Aprendizaje

- Resolver límites laterales.

Unidad 1: Límites.

Inicio.

Para iniciar. Usa tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la guía que desarrollas.

Existencia de Límites.

Para que el valor del límite exista, los límites laterales deben ser iguales.

Límites Laterales.

Los límites laterales son aquellos que evalúan el valor de tendencia de la curva, y por lo mismo su comportamiento, por el lado izquierdo y derecho del valor de tendencia de la variable independiente. Generalmente los límites laterales son calculados cuando se está evaluando una función por partes. Estos se denotan por:

$\lim_{x \rightarrow x_1^-} f(x)$, cuando el límite es por la izquierda. El signo negativo que está como exponente del valor de tendencia, significa e indica que se debe calcular por el lado izquierdo.

$\lim_{x \rightarrow x_1^+} f(x)$, cuando el límite es por la derecha. El signo positivo que está como exponente del valor de tendencia, significa e indica que se debe calcular por el lado derecho.

Nota: Para calcular un límite lateral se deben considerar los valores que, si es para el lado izquierdo, están a la izquierda del valor de tendencia de la variable independiente, y si es por el

lado derecho, se consideran los valores que están a la derecha del valor de tendencia de la variable independiente.

Ejemplo:

Determine el valor de tendencia de $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, cuando

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & x < -2 \\ 2x - 4 & -2 \leq x < 2 \\ x^2 - 4x + 4 & x \geq 2 \end{cases}$$

Desarrollo:

Calculamos el valor de los límites laterales

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

Determinamos la función a evaluar por el lado izquierdo, considerando que a la izquierda de 2 estaría el intervalo $-2 \leq x < 2$, por lo que la función a considerar es $2x - 4$, por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 2x - 4 = 2 \cdot 2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Ahor vamos por la derecha:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

Determinamos la función a evaluar por el lado derecho, considerando que a la derecha de 2 estaría el intervalo $x \geq 2$, por lo que la función a considerar es $x^2 - 4x + 4$, por lo tanto

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 - 4x + 4 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 4 - 8 + 4 = 0$$

Además en este caso, el límite existe, ya que el valor de tendencia de los límites laterales son iguales.

¿Será lo mismo si el límite fuera evaluado en $x = -2$? Intenta haciéndolo.



Actividad 1.

Determine la existencia de los siguientes límites.

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow -3} f(x), \text{ cuando } f(x) = \begin{cases} 3x - 9 & x \leq -3 \\ x^2 - 9 & -3 < x \leq 3 \\ x + 5 & x > 3 \end{cases}$$

$$\text{b. } \lim_{x \rightarrow 7} g(x), \text{ cuando } g(x) = \begin{cases} x^2 - 14x + 49 & x < 7 \\ x - 7 & x > 7 \end{cases}$$

$$\text{c. } \lim_{x \rightarrow -2} h(x), \text{ cuando } h(x) = \begin{cases} 2x + 4 & x \leq -2 \\ x^2 - 4 & -2 < x < 2 \\ 5x - 10 & x \geq 2 \end{cases}$$

Revisa el siguiente tutorial, te servirá de apoyo.

<https://www.youtube.com/watch?v=9LUvQJU3L58>

Ante cualquier duda o consulta comunicarse a través de correo:

pulmahue.matematica.jbm@gmail.com

www.curriculumnacional.cl Aprendo en línea.